Ass. Prof. Dr. Günther OSSIMITZ
Universität Klagenfurt

# MESSEN ALS GRUNDVORAUSSETZUNG DER STATISTIK

## 1. GRUNDLEGENDES ZUM MESSSEN

### 1.1. Was versteht man unter "Messen"?

"Messen" ist eine der zentralen Aktivitäten zur Ordnung unserer heutigen Welt. Wir messen Längen, Massen, Zeiten, Temperaturen usw. längst nicht nur mehr in physikalischen Versuchen, sondern auch im Alltag. Im Haushalt werden etwa gemessen: die verbrauchte Strommenge, die Wassermenge, die Kochzeit eines Frühstückseis, die Zimmertemperatur, die Wohnfläche, die Wärmedurchlässigkeit von Mauern und Fenstern, Telefongebühreneinheiten usw. Rund um das Auto werden etwa Benzinverbrauch, Fahrzeiten, Geschwindigkeiten, Abgaswerte, Zündzeitpunkt, Verkehrsaufkommen, Unfallrisiken etc. gemessen. Auch im Bereich der Medizin etwa wurden in den letzten Jahrzehnten eine Unzahl neuer Meßverfahren zur Verfeinerung der Diagnostik entwickelt.

Im Gegensatz zur wohlentwickelten ***Praxis des Messens***, die seit Beginn der Neuzeit (im "naturwissenschaftlichen Zeitalter", vgl. dazu PIETSCHMANN 1980) einen ungebrochenen Aufschwung erlebt, steckt die ***Theorie des Messens*** heute noch in ihren Kinderschuhen. Eine systematische Auseinandersetzung mit den theoretischen Grundlagen des Messens begann erst in den Dreißigerjahren dieses Jahrhunderts. Ein wesentlicher Impuls dürfte dabei von der damals einsetzenden Revolution des physikalischen Weltbildes durch die Quantenmechanik und Relativitätstheorie ausgegangen sein. Diese Theorien kamen im wesentlichen zu dem Schluß, daß speziell in den Grenzbereichen physikalischer Messung der Meßvorgang selbst und damit indirekt der "Beobachter" das Meßergebnis zum Teil ganz erheblich beeinflußt. Ein einfaches Beispiel dafür ist etwa das Phänomen, daß bei jeder Temperaturmessung das Thermometer auch die Temperatur des zu messenden Gegenstandes beeinflußt, speziell dann, wenn das zu messende Objekt extrem klein ist.

Entscheidende ***Beiträge zur Meßtheorie*** kamen sowohl von Grundlagenforschern (z. B. Wissenschaftsphilosophen, Mathematikern) als auch von Anwendungswissenschaftlern (wie Psychologen oder Ökonomen), die die in ihren Wissenschaften üblichen Meßverfahren kritisch reflektieren wollten. Mittlerweile ist die Meßtheorie zu einem eigenen Teilgebiet der Angewandten Mathematik geworden. In diesem Artikel möchte ich an einigen Beispielen zeigen, welchen Nutzen man aus theoretischen Reflexionen für das praktischen Messen - speziell im Bereich der Statistik - ziehen kann.

*Was versteht man nun unter dem Begriff "messen"?* In der Regel wird durch eine Messung ein Sachverhalt quantitativ - also durch Zahlen - dargestellt. Ein Meteorologe etwa kann die gemessene Temperatur eines Ortes zu einem bestimmten Zeitpunkt genauso wie die Luftfeuchtigkeit oder den Luftdruck durch eine Zahl wiedergeben. Bei der Beurteilung der Bewölkungsstruktur wird hingegen eher eine Zuordnung zu bestimmten Wolkentypen (Cumulus, Stratus usw.) als eine zahlenmäßige Bewertung vorgenommen. Die Gesamtbedeckung des Himmels (0/8 = wolkenlos, 8/8 = völlig bedeckt) und die Höheangabe für verschiedene Wolkenschichten erfolgt wieder durch Zahlen. *Messungen sind also in der Regel zahlenmäßige Zuordnungen, fallweise auch Zuordnungen zu bestimmten Typen (Klassifikationen)*. Allerdings ist nicht jede Zuordnung von Zahlen als eine Messung zu betrachten! Die einem Telefonanschluß zugeordnete Rufnummer wird genauso wie die Identifikationsnummer eines Buches in einer Bibliothek kaum als das Ergebnis einer Messung verstanden. Genauso wird die Zuordnung einer Pflanze zu einer bestimmten Gattung innerhalb der Pflanzensystematik kaum als Messung betrachtet. In all diesen Fällen dient die Zuordnung von Zahlen bzw. Kategorien zu Zwecken der Identifikation bzw. Systematisierung.

*Von "**Messen**" sprechen wir eher dann, wenn eine Zuordnung von Zahlen bzw. eine Klassifikation zum Zwecke einer (vergleichenden) Beschreibung bzw. Beurteilung eines Sachverhaltes erfolgt*. Zum Vergleich können dabei andere Meßwerte oder auch vorgegebene Sollwerte dienen. Bereits in der Definition des Begriffs "Messen" ist eine *Zwecksetzung notwendig impliziert*. Ohne Zweck kann es kein Messen geben, und der Zweck bestimmt ganz nachhaltig, was und wie gemessen wird. Dies wird durch die folgenden Beispiele noch deutlicher werden. Der Zweck liegt auch außerhalb des Meßobjektes immer im die Messung durchführenden oder auswertenden "Beobachter". Damit wird bereits auf einer definitorisch-grundsätzlichen Ebene klar, daß es ein *Messen "unabhängig vom Beobachter"* nicht geben kann. In der Regel ist es um der Vergleichbarkeit willen notwendig, durch Angabe genauer Meßvorschriften die Freiheit des einzelnen Beobachters einzuschränken. Dennoch bleibt ein jeder Messung zugrundeliegender Zweck erhalten. Beispielsweise wäre es für eine Volkszählung fatal, wenn es dem Erhebungsorgan überlassen bliebe, welche Fragen gestellt werden oder auch nur, wie die einzelnen Fragen formuliert werden. Durch die Standardisierung der Erhebung wird eine möglichst einheitliche Erfassung einer großen Zahl von Daten angestrebt. Erst dadurch werden die Zusammenfassung einzelner Daten, der Vergleich zwischen verschiedenen Regionen oder auch zwischen zwei Volkszählungen möglich - darin besteht u.a. auch der Zweck derartiger Erfassungen.

## 1.2. Reduktion von Komplexität

*Jede Messung reduziert Komplexität*. Aus der Vielzahl von Attributen eines Sachverhalts wird eine einzelne Zahl oder eine einfache Zugehörigkeit zu einer Kategorie herausabstrahiert. Bei einer Längenmessung sieht man von der Beschaffenheit des Raumes zwischen den beiden Endpunkten der Meßstrecke ab; bei der Ermittlung des Wasserverbrauchs eines Haushaltes ist es unerheblich, wann innerhalb des betrachteten Zeitraumes, wozu und von wem das Wasser verwendet wurde. Auch die Qualität des Wassers spielt für die Messung keine Rolle. Bei einer

Blutuntersuchung wird die komplizierte chemische Zusammensetzung des Blutes auf einige wenige Kennwerte reduziert. Bei der schulischen Notengebung wird ein höchst komplexes und einmaliges Schülerverhalten über ein ganzes Schuljahr zu einer einzigen Zahl auf einer fünfstufigen Skala reduziert usw. Diese Reduktion bedingt auch ein Umschlagen von ***Qualität***[1] in ***Quantität***. Das Gewicht einer Substanz sagt nichts über die Art der Substanz und ihre Qualität (z.B. im Hinblick auf Verunreinigungen) aus. Das allgemeine gesundheitliche Befinden eines Menschen, die Lebensqualität eines Landstriches oder die Qualität eines Autos lassen sich kaum oder gar nicht durch eine einzelne Messung quantifizieren. Wird der Begriff "Qualität" in einem umfassenderen Sinn verstanden, so ist es nur in Ausnahmefällen möglich, durch Messen Qualität hinreichend zu erfassen. Selbstverständlich können *notwendige Voraussetzungen für eine bestimmte Qualität* gemessen werden. Beispielsweise ist es für die Qualität von Nahrungsmitteln notwendig, daß sie frei von Giftstoffen sind. Allerdings kann durch chemische Analysen kaum eine geschmackliche Überprüfung ersetzt werden. Genauso kann eine Messung verschiedener Kennwerte im menschlichen Blut zwar Hinweise auf verschiedene Krankheiten oder für das Zusammenpassen von Spender- und Empfängerblut liefern. Dennoch wird bei Bluttransfusionen die Eignung einer bestimmten Blutkonserve für einen Patienten erst durch einen empirischen Test ("Kreuzblut") hinreichend sichergestellt. *Diese Beispiele sollen andeuten, daß es prinzipiell ein Problem ist, durch quantitative Analysen umfassende qualitative Aufschlüsse* zu gewinnen.

Manchmal kann durch eine *Vervielfachung der Quantität* ein genaueres Wissen über die Qualität (zumindest teilweise) wieder zurückgewonnen werden. Beispielsweise wird durch die Messung eines Schalldruckes zwar eine Maßzahl für die Lautstärke eines Geräusches bzw. Klanges gewonnen, über die Art des Signals gibt die Messung jedoch keine Auskunft. Wird hingegen der Schalldruck in sehr kurzen Zeitabständen erfaßt (bei der modernen CD-Audiotechnik etwa ca. 45.000 mal pro Sekunde), so kann aus dieser Vielzahl von Einzelmessungen das ursprüngliche Klangbild (für das menschliche Ohr ausreichend) präzise rekonstruiert werden.

# 2. BEISPIELE VON MESSVORGÄNGEN

## 2.1. Zählen

Das Zählen ist ein selbstverständlicher Bestandteil unserer Kultur. Tatsächlich verbergen sich hinter jedem Zählvorgang zwei durchaus nichttriviale Prozesse. *Jede Zählung erfordert eine äußere und eine innere Differenzierung.*

Mit ***äußerer Differenzierung*** ist die *Abgrenzung der zu zählenden Objekte von den nicht zu zählenden Objekten* gemeint. Wenn man die Anzahl der Personen in einem Raum zählt, ist das meist nicht schwierig. Will man hingegen die Anzahl der Personen einer Stadt erfassen, so ist die Abgrenzung zwischen den zu zählenden und nicht zu zählenden Personen schon schwieriger. Zunächst muß räumlich abgegrenzt werden, wo der Stadtbereich genau liegt; weiters muß festgelegt werden, ob Ansässige oder

Anwesende gezählt werden sollen; weiters muß der Zeitpunkt der Erhebung festgelegt werden; weiters muß für jeden Menschen festgelegt werden, ob die Zählkriterien auf diese Person zutreffen oder nicht. In der Statistik spricht man in diesem Zusammenhang von der ***räumlichen, zeitlichen und sachlichen Abgrenzung*** *einer* ***statistischen Masse***. Jede Zählung impliziert somit eine Klassifikation aller denkbaren Objekte in solche, die gezählt werden und solche, die nicht gezählt werden.

Mit ***innerer Differenzierung*** ist gemeint, daß man *die zu zählenden Objekte auch voneinander unterscheiden und identifizieren* können muß; nur so kann sichergestellt werden, daß jedes Objekt genau einmal gezählt wird. Diese innere Differenzierung ist etwa bei der Erfassung volkswirtschaftlicher Vorgänge oder bei der Erfassung geldmäßig bewerteter Einheiten (etwa in Bilanzen) von großer Bedeutung.

Gezählt werden kann nur, was mathematisch gesprochen als *Menge*[2] vorliegt. In dieser Feststellung liegt ein prinzipieller Gegensatz zwischen dem Zählen als etwas Dynamischen und und dem Mengenbegriff bzw. der "Anzahl" als etwas Statischem. Große Zählungen haben es in der Regel an sich, daß bei Bekanntwerden der Ergebnisse die Zahlen bereits nicht mehr aktuell sind, weil sich die gezählten Massen laufend verändern.

## 2.2. Wetterbeobachtungen

Wetterbeobachtungen für meteorologische und klimatologische Zwecke sind ein Musterbeispiel für systematisches naturwissenschaftliches Messen. Aus der ungeheuer komplexen Gesamtheit des weltweiten Wettergeschehens werden nach strengen Richtlinien eine vergleichsweise geringe Zahl quantitativer Daten erhoben. Dennoch werden derart viele Meßwerte erfaßt, daß zu ihrer Verarbeitung für Wettervorhersagezwecke heute die leistungsfähigsten Computer der Welt eingesetzt werden. Was und wie gemessen wird, hängt einerseits vom Zweck, dem die Messung dienen soll und andererseits von den Kosten ab. Hinsichtlich der Zwecksetzung unterscheiden sich *Wetterbeobachtungen für synoptische Zwecke* (Wetterkarten für Wetterprognosen) wesentlich von *klimatologischen Wetterbeobachtungen*. Die synoptischen Wetterbeobachtungen erfolgen weltweit stets zum selben Zeitpunkt (synchron) rund um die Uhr im Dreistundenrhythmus um 0h, 3h, 6h usw. Greenwich Mean Time. Klimatologische Wetterbeobachtungen hingegen erfolgen dreimal täglich um 7h, 14h und 21h Ortszeit, die dem Sonnenstand (bzw. der geographischen Länge) entspricht[3]. Für beide Zwecke werden im wesentlichen dieselben Basisdaten erhoben: Luftdruck, Temperatur, Luftfeuchte, Windrichtung und Windgeschwindigkeit, Bewölkungsmenge, Wolkenarten, Sichtweite, Niederschlagsmenge und Wettererscheinungen (Regen, Nebel, Schneefall etc.). Damit diese Daten ohne Probleme weltweit ausgetauscht und analysiert werden können, wurden international einheitliche *Skalen* zur Messung der verschiedenen Wetterelemente vereinbart. Wir werden uns mit einigen dieser Messungen etwas ausführlicher beschäftigen, weil sich die an diesm Beispiel gewonnenen Erkenntnisse verallgemeinern lassen.

Zur ***Temperaturmessung*** ist die *Festlegung eines Nullpunktes und eines Einheitsschrittes* erforderlich: z. B. haben die Celsius- und die (heute ungebräuchliche)

Reaumurskala zwar denselben Nullpunkt (beim Gefrierpunkt des Wassers), aber verschiedene Einheitsschritte (100°C = 80°R); während die im angelsächsichen Bereich verbreitete Fahrenheit-Skala sowohl einen anderen Nullpunkt als auch eine andere Einheitsschrittweite als die Celsiusskala (0°C = 32°F; 100°C = 212°F) hat. *Unabhängig von der verwendeten Skala* sind u.a. folgende Aussagen über die (mit derselben Skala) gemessenen Temperaturen a, b, c und d sinnvoll möglich (a,b,c und d seien z.B. 40°,35°,30° und 20° einer festen, beliebigen Skala):

S a ist größer als b
S b liegt in der Mitte zwischen a und b
S die Differenz a–b ist doppelt so groß wie die Differenz c–d.

Alle diese Aussagen bleiben in ihrem Wahrheitsgehalt unverändert, wenn man die Temperaturen auf einer anderen Skala messen würde; ihr *Wahrheitsgehalt ist unabhängig von der Wahl der Skala*. Derartige Aussagen werden daher auch als *sinnvolle Aussagen* über Temperaturen angesehen.

Der Wahrheitsgehalt einer Aussage über Quotienten von zwei Temperaturen (etwa der Art "a ist doppelt so groß wie d") ändert sich, wenn man zu einer Skala mit einem anderen Nullpunkt übergeht. Genauso ändert sich der Wahrheitsgehalt einer Aussage der Art "a ist um 5 größer als b", wenn man zu einer Skala mit anderen Einheitsschritten übergeht. Solche Aussagen werden als *nicht sinnvoll* angesehen, weil sie nichts über die Temperaturen "an sich" aussagen, sondern lediglich etwas über zwei Meßwerte auf einer ganz bestimmten Skala. Zu beachten ist, daß "sinnvolle Aussage" keineswegs dasselbe bedeutet wie "wahre Aussage". Auch falsche Aussagen können sinnvoll sein, wenn sie auch nach einer beliebigen zulässigen Skalentransformation falsch bleiben.

Bei der Messung des Luftdrucks sind ebenfalls verschiedene Skalen gebräuchlich. Das von Torricelli um 1640 konzipierte Quecksilberbarometer basiert auf der Idee, den Luftdruck durch die Höhe einer Quecksilbersäule, deren Gewichtsdruck gleich dem Luftdruck ist, zu messen. Dies ergibt einen mittleren Luftdruck von 760 mmHg (heute auch 760 Torr) in Meereshöhe bei 0°C Temperatur und 45° geographischer Breite. Heute ist die Druckeinheit Pascal = Netwon/$m^2$ bzw. 1 bar = 100.000 Pa internationale Norm. Der Nullpunkt liegt (im Gegensatz zu den Temperaturskalen) jedoch für alle Skalen zur Druckmessung gleich. Ein Druck hat genau dann den Wert null, wenn keine Kraft auf die betrachtete Fläche einwirkt. Die verschiedenen Skalen unterscheiden sich lediglich durch die Wahl der Einheit.

Welche Aussagen sind nun für Druckangaben sinnvoll? Eine kurze Überprüfung zeigt, daß alle Aussagen, die wir für Temperaturmessungen als sinnvoll angesehen haben, sinngemäß auch für Druckmessungen gemacht werden können. Darüber hinaus sind auch Aussagen über Quotienten von Druckmessungen, wie etwa

S Druck a ist doppelt so groß wie Druck d
S Druck c ist um 50% größer als Druck d

sinnvolle Aussagen, da sie bei (simultanen) Transformationen der Druckeinheiten ihren Wahrheitsgehalt nicht ändern. Aussagen der Art

S Druck a ist um 10 größer als Druck c

sind hingegen auch für Druckangaben nicht sinnvoll, da ihr Wahrheitsgehalt sich beim Übergang zu einer anderen Druckeinheit ändert.

Zum *sinnvollen Vergleich von Messungen des Luftdruckes* an verschiedenen Orten bedarf es noch einer Reihe von Korrekturen. Bei Verwendung eines Quecksilberbarometers wird der Druck aus der Höhe der Quecksilbersäule ermittelt. Da diese Höhe auch mit der Temperatur schwankt, ist der abgelesene Wert um den Temperatureinfluß zu korrigieren. Da der Luftdruck generell mit zunehmender Meereshöhe abnimmt, wird auch eine "Reduktion auf Meeresniveau" durchgeführt. Bei Orten verschiedener geographischer Breite muß schließlich auch noch der (fliehkraftbedingte) Unterschied in der Erdbeschleunigung berücksichtigt werden. Alle Druckangaben in Wetterkarten oder auch in den meteorologischen Aufzeichnungen der einzelnen Stationen sind bereits um die genannten Einflüsse korrigiert. Dieses Beispiel zeigt, daß oft erst eine *sachgerechte Weiterverarbeitung der Rohdaten* sinnvoll vergleichbare Zahlen liefert. Wir werden in diesem Zusammenhang auch von *direkten* und *abgeleiteten Messungen* sprechen. Während ***direkte*** *Messungen unmittelbar am Meßobjekt* vorgenommen werden, entstehen ***abgeleitete*** *Messungen durch eine zweckorientierte Weiterverarbeitung bereits vorliegender Meßergebnisse*. Sämtliche *statistischen Verfahren* können derart als *Verfahren zur Ableitung neuer Meßergebnisse* aus bereits vorliegenden Daten verstanden werden.

Ein weiteres Beispiel für ein abgeleitetes Maß ist die *relative Änderung des Luftdrucks*. Dieses Maß kann entweder *quantitativ* durch die Angabe der Druckdifferenz zwischen der letzten und der vorletzten Messung (bei feste Zeitabstand zwischen zwei Messungen) oder *qualitativ* durch eine der Angaben "stark fallend", "fallend", "gleich-bleibend", "steigend", "stark steigend" erfolgen. Für die qualitativen Angaben der Druckänderung ist zwar eine Ordnung (Reihenfolge) definiert, es gibt aber keine "Abstände" zwischen den einzelnen Kategorien.

Bei der *Luftfeuchte* gibt es zwei wichtige Maße. Die absolute Luftfeuchte entspricht dem Gewicht des Wasserdampfes je $m^3$ Luft, die relative Luftfeuchte gibt an, welcher Anteil des für die betreffende Temperatur maximalen Wasserdampfgehaltes (Sättigungsdampfmenge) tatsächlich erreicht wird. Das praktisch relevantere Maß ist die *relative Luftfeuchte*. Man kann diese entweder direkt (z.B durch ein Haarhygrometer) oder indirekt messen. Die indirekte Bestimmung basiert im wesentlichen auf der Temperaturmessung mit einem "normalen" und einem ständig feucht gehaltenen Thermometer in einem sogenannten Aspirationspsychrometer. Durch Einsetzen der abgelesenen Werte in Gleichungen oder durch Nachsehen in fertigen Tabellen (Psychrometertafeln) werden absolute bzw. relative Luftfeuchte ermittelt. Dieses Beispiel soll zeigen, dass in besonderen Fällen dieselbe Größe sowohl direkt als auch duch Ableitung aus anderen Messwerten ermittelt werden kann. Eine direkte oder eine abgeleitete Messung zu sein, ist also streng genommen nicht eine Eigenschaft des Messwertes, sondern des Messverfahrens. Sehr häufig können jedoch bestimmte Messwerte nur durch Ableitung aus anderen Messwerten ermittelt werden, sodass man oft dem Messwert selbst die Eigenschaft “abgeleitete Messung” zuschreibt.

Weiters ist die relative Luftfeuchte als *Quotient zweier gleichartiger Zahlen* (tatsächliche Dampfmenge/Sättigungsdampfmenge) eine *dimensionslose Zahl* zwischen 0 und 1 (bzw. 0% und 100%), ein sogenanntes *normiertes Maß*[4]. Die absolute Luftfeuchte hat ähnlich wie der Luftdruck einen fixen Nullpunkt und eine beliebig wählbare Einheit[5].

Die aktuellen *Wettererscheinungen* (Regen, Schneefall, Nebel, Gewitter usw.) werden durch direkte Beobachtung ermittelt und durch in standardisierten Kategorien festgehalten. Das Ergebnis der Messung ist hier nicht eine bestimmte Zahl, sondern die Zugehörigkeit zu einem bestimmten Typus (z.B. könnte bei einer bestimmten Wetterbeobachtung eine Wettererscheinung vom Typ "Nebel" festgestellt werden). Da hier mehr eine *qualitative Unterscheidung* als eine quantitative Erfassung zugrundeliegt, spricht man auch von *qualitativem Messen*. Auch die Bewölkungsart wird im wesentlichen in Form einer qualitativen Unterscheidung beurteilt.

## 2.3. Erfassung von Zeiträumen

Während sich die bisher diskutierten Messungen (mit Ausnahme der Druckänderung) alle auf einen *Zeitpunkt* bezogen haben, beziehen sich die Messungen von Sonnenscheindauer und Niederschlagsmenge jeweils auf einen *Zeitraum* (z.B. ein Tag oder ein Jahr). Für einen bestimmten Zeitpunkt läßt sich lediglich feststellen, ob die Sonne scheint oder nicht. Dieser Sachverhalt läßt sich mathematisch durch eine Funktion der Art

$f(t) = 0$: zum Zeitpunkt t scheint keine Sonne

$f(t) = 1$: zum Zeitpunkt t scheint die Sonne

darstellen[6]. Die Gesamtsonnenscheindauer GS im Zeitintervall von $t_0$ bis $t_1$ kann dann durch folgendes Integral dargestellt werden:

$$GS(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} f(t)\, dt$$

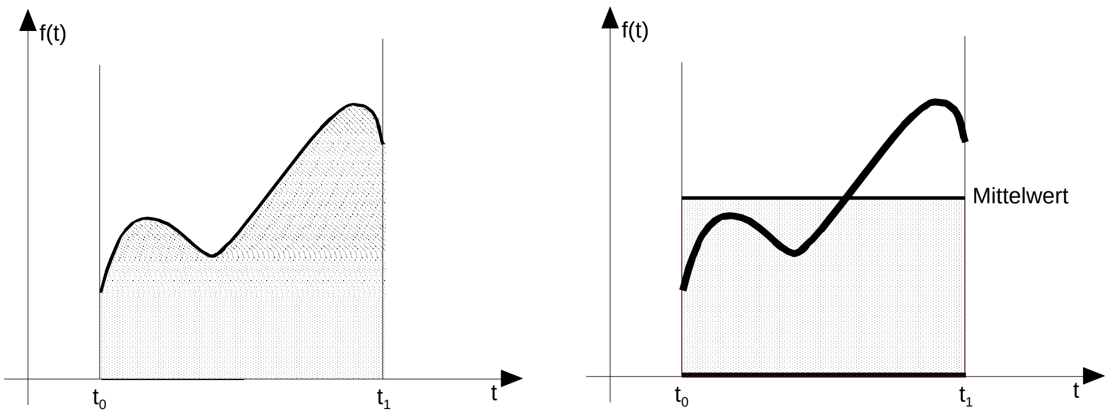
Analog könnte die Gesamtniederschlagsmenge als Integral von Niederschlagsintensitäten, die zu jeden Zeitpunkt erfaßt werden (gemessen z.B. in mm/h) aufgefaßt werden. Die praktische Bestimmung der Niederschlagsmenge erfolgt jedoch meist so, daß der anfallende Niederschlag in einem geeigneten Gefäß über den gesamten Beobachtungszeitraum gesammelt und anschließend erst gemessen wird[7]. Die Sonnenscheindauer hingegen wird gemessen, indem die tatsächlichen Zeiten des Sonnenscheins mit einem Brennglas auf einem Papierstreifen eingebrannt werden. Die Gesamtlänge der geschwärzten Spur ergibt die Sonnenscheindauer des betreffenden Tages, was einer graphischen Auswertung des oben angeführten Integrals entspricht.

Wie lassen sich auch Temperatur, Luftdruck, Luftfeuchte auf ganze Zeiträume beziehen? Dazu gibt es zwei Möglichkeiten:

a) Permanente Aufzeichnung der betreffenden Meßgröße auf ein Registriergerät (Thermograph, Barograph etc.).

b) Wiederholte Einzelmessungen.

Die erste Methode liefert zwar (im Rahmen der Aufzeichnungsgenauigkeit) ein vollständigeres Bild der zeitlichen Entwicklung; die zweite jedoch vielfach leichter weiterzuverarbeitende (weil numerische) Daten. Allgemein spricht man bei Daten, die über einen ganzen Zeitraum erfaßt werden, von (kontinuierlichen bzw. diskreten) *Zeitreihen*. Die graphische Aufzeichnung liefert eine Art Funktionsgraphen einer Funktion f, wobei der jeder Funktionswert f(t) einfach der Meßwert zum Zeitpunkt t ist. Aus dem Graphen können durch weiterführende Analysen eine Vielzahl weiterer Kenngrößen wie Maximum, Minimum oder Mittelwert für den betrachteten Zeitraum ermittelt werden. Die Ermittlung des Mittelwertes basiert im wesentlichen auf der Idee, die Fläche unter der Wertekurve durch ein Rechteck gleicher Fläche zu ersetzen.




Die Höhe des Rechteckes entspricht dann dem Mittelwert, der definiert ist als

$$MW = \frac{\int_{t_0}^{t_1} f(t)\,dt}{t_1 - t_0}$$

Für die praktische Auswertung eines derartigen Integrals wird man jedoch in der Regel auf eine Reihe von Einzelwerten zurückgreifen müssen und damit das Integral durch einen (gewichteten) Mittelwert näherungsweise bestimmen.

## 2.4. Mittelwerte

Mittelwerte sind ein einfaches und gängiges Beispiel für ein abgeleitetes Maß. Sie haben den Zweck, eine Reihe von gleichartigen Meßwerten (z.B. Temperaturwerten eines Tages) durch eine einzige "typische" Kennzahl zu ersetzen. Wie bei vielen anderen abgeleiteten Maßen auch geht es um die Verdichtung von Information: anstelle einer Fülle verschiedener Einzelwerte möchte man einen "handfesten" Durchschnitts-wert. Aus der Fülle möglicher Zentralmaße besprechen wir hier nur das gewöhnliche sowie das gewogene arithmetische Mittel.

Der gewöhnliche Mittelwert $\bar{x}$ wird berechnet, indem man die betrachteten Meßwerte $x_i$; i=1 ...n summiert und die Summe durch die Zahl der Werte (n) dividiert:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\Sigma x_i}{n}$$

Dahinter kann man die Idee sehen, die Summe der einzelnen Meßwerte auf die n Beobachtungspunkte gleichmäßig aufzuteilen. Auf diese Weise werden etwa in der Meteorologie Mittelwerte verschiedener Meßdaten ermittelt. Bei der klimatologischen Temperaturmessung wird das Tagesmittel jedoch folgend berechnet:

$$t_{mittel} = \frac{t_1 + t_2 + 2t_3}{4}$$

$t_1$: Temperatur um 7 Uhr Ortszeit
$t_2$: Temperatur um 14 Uhr Ortszeit
$t_3$: Temperatur um 21 Uhr Ortszeit

Die Temperatur um 21 Uhr wird quasi zweimal erfaßt, sodaß im Nenner auch 4 statt 3 steht. Hinter dieser Vorgangsweise steht die Idee, mit dem 21 Uhr-Wert auch einen möglichst guten Ersatzwert für die fehlende Nachtmessung in die Mittelbildung einzubeziehen. Allgemein spricht man in solchen Fällen, bei denen die einzelnen Meßwerte unterschiedliche "Gewichte" erhalten ($t_1$ und $t_2$ haben das Gewicht 1, $t_3$ das Gewicht 2) von einem *gewichteten Mittelwert*. Beim gewöhnlichen arithmetischen Mittel sind alle Gewichte gleich 1.

Man kann die Gewichte auch normieren, indem man jedes Gewicht durch die Summe der Gewichte dividiert. Beim obigen Temperaturmittel sind die normierten Gewichte 1/4, 1/4 und 1/2, bei ungewichteten Mittelwertbildungen wäre jedes normierte Gewicht 1/n. Es gilt stets für die *normierten* Gewichte $g_i$:

$$\sum_{i=1}^{n} g_i = 1 \quad \text{und} \quad \bar{x} = \sum_{i=1}^{n} g_i x_i$$

Anschaulich wird das normierte Gesamtgewicht 1 in n gleiche bzw. verschieden große (gewichtetes Mittel) Teile zerlegt und jedes Gewicht einem bestimmten Meßwert zugewiesen. Der Mittelwert kann dann als Skalarprodukt des Gewichtsvektors g mit dem Wertevektor x aufgefaßt werden. Damit ist klar, daß man für eine gegebene Zahl von Meßwerten prinzipiell beliebig viele verschiedene gewogene Mittelwerte konstruieren kann: jeder denkbaren Aufteilung der Größe 1 in n Teile entspricht ein gewogenes Mittel der n Meßwerte. In der Praxis muß die Gewichtung der einzelnen Werte nach sachlichen Gesichtspunkten geschehen. Hinter dem gewöhnlichen arithmetischen Mittel steht etwa die Grundannahme, daß alle Meßwerte als gleich (ge)wichtig in die Durchschnittsbildung eingehen sollen. Falls die zu mittelnden Werte ihrerseits Mittelwerte unterschiedlich großer Massen sind, dann sind die Mächtigkeit (Anzahl der Elemente) der betrachteten Massen geeignete Gewichte. Das folgende Beispiel "Nutzwertanalyse" zeigt, wie in einer komplexen Entscheidungssituation gewichtete Bewertungen zu einem Gesamturteil verknüpft werden können.

## 2.5. Anwendung von gewogenen Mittelwerten: Nutzwertanalyse

Unter *Nutzwertanalyse* versteht man eine Gruppe von Verfahren, mit denen in einer komplexen Entscheidungssituation unter mehreren Alternativen (Möglichkeiten) die beste, d.h. die mit dem größten Nutzwert, ermittelt werden kann. Beispiele für derartige Entscheidungssituationen sind: Auswahl einer EDV-Anlage unter mehreren Angeboten, Wahl eines Geschäftspartners unter mehreren möglichen Kandidaten, eine Stellenausschreibung o.ä. Die *Grundidee der Nutzwertanalyse besteht darin, die Gesamtbeurteilung jeder Alternative aus einer Reihe von Einzelbewertungen zusammenzusetzen*. Methodisch wird folgend vorgegangen:

1) Erstellen eines *Anforderungsprofiles* (Gesamtheit aller Bewertungskriterien, nach denen jede Alternative bewertet werden soll).
2) Ermittlung eines Nutzwertes (Teilnutzens) für jede Alternative bezüglich jedes Kriteriums des Anforderungsprofiles. Dies ergibt für jede Alternative einen Bewertungsvektor, dessen Komponenten genau die Bewertungen gemäß den einzelnen Kriterien des Anforderungsprofiles darstellen.
3) Ermittlung einer Präferenzordnung unter den Alternativen aus den Bewertungsvektoren.
4) Auswahl der meistpräferenzierten Alternative.

Die einzelnen Varianten der Nutzwertanalyse unterscheiden sich primär in der konkreten Durchführung von Schritt 3). Eine einfache Möglichkeit besteht darin, einen *Gesamtnutzen* als *gewichtetes arithmetisches Mittel der einzelnen Teilnutzen* zu ermitteln. Die Gewichte repräsentieren dabei die Wichtigkeit der einzelnen Kriterien im Anforderungsprofil. Diese Vorgangsweise wird im folgenden Beispiel beschrieben und kritisch diskutiert.

Beispiel: Für den Kauf einer EDV-Anlage liegen die Angebote von acht Bietern A - H vor. Mittels einer Nutzwertanalyse soll die Entscheidung, welcher Bieter den Zuschlag erhält, unterstützt werden. Folgende Vorgangsweise wurde gewählt:

1) Es wird ein Anforderungsprofil, bestehend aus einer Reihe von Bewertungskriterien, aufgestellt. Dazu wird stufenweise vorgegangen: Zunächst werden Hauptkriterien (Kriteriengruppen) festgelegt. Danach werden in jeder Gruppe eine Reihe von relevanten Einzelkriterien, nach denen tatsächlich beurteilt werden kann, gebildet. Durch diese Vorgangsweise wird vor allem das Gewichten der einzelnen Kriterien (siehe nächster Punkt) erleichtert.
2) Die einzelnen Kriterien werden entsprechend ihrem Anteil am Gesamtnutzen innerhalb des Anforderungsprofiles derart gewichtet, daß die Summe der Gewichte 1 ergibt. Zweckmäßigerweise teilt man dazu das verfügbare Gesamtgewicht zunächst nur auf die Hauptkriterien auf (Level 0). Anschließend gewichtet man jedes Einzelkriterium innerhalb der Gruppe derart, daß die Summe dieser Gewichte wiederum 1 beträgt (Level 1). Das Gewicht jedes Einzelkriteriums innerhalb des gesamten Anforderungsprofiles ist dann das Produkt aus dem Gruppengewicht

(Level 0) mit dem Gewicht innerhalb der Gruppe (Level 1). Die Summe der so erhaltenen Gewichte über alle Einzelkriterien ist damit wiederum 1. Insgesamt ergibt sich eine *Gewichtungstabelle* für das gesamte Anforderungsprofil (siehe nächste Seite).
3) Nun wird jede Alternative bezüglich jedes Kriteriums auf einer Punkteskala (hier von 0 - 10) bewertet. Dies erfordert in vielen Fällen eine subjektive Einschätzung, bei mehreren an der Entscheidung Beteiligten oft auch eine intensive Diskussion. Ein Ausschnitt aus der Bewertungstabelle ist auf Seite 17 abgebildet.
4) Für jede Alternative wird das gewichtete arithmetische Mittel der Punktewerte entlang des gesamten Leistungsprofiles als Gesamtnutzwert errechnet; die Präferenzordnung unter den Alternativen ergibt sich aus der Rangordnung der Gesamtnutzwerte.

Das Prinzip der Nutzwertanalyse besteht somit darin, eine komplexe Gesamtbewertung in eine Reihe kleinerer Einzelbewertungen zu zerlegen und aus diesen die Gesamtbewertung nach einer bestimmten Rechenregel abzuleiten. Diese Vorgangsweise ist bei der Erfassung komplexer Sachverhalte durchaus üblich. Dabei bleibt der Gesamturteilsaufwand hoch, da eine Vielzahl von Einzelbewertungen durchzuführen ist. Lediglich die Komplexität jedes einzelnen Urteils ist wesentlich geringer als im Falle einer unmittelbaren Gesamtbeurteilung.

Hinter der Vorgangsweise des Aufspaltens in Einzelurteile und anschließender formaler Aggregation steht das Prinzip "Das Ganze ist die Summe seiner Teile". Konkreter sind dies folgende Voraussetzungen bzw. Modellannahmen :
1) Die einzelnen *Bewertungskriterien sind unabhängig voneinander erfaßbar und meßbar*.
2) Die einzelnen Kriterien *ergänzen einander zu einer vollständigen Beschreibung des Gesamtsystems*.

Die *Unabhängigkeitsannahme* ist eng mit der Ermittlung der Teilnutzen und ihrer Weiterverarbeitung durch die mathematischen Operation des Addierens zu einem Gesamtnutzen verbunden. Jeder Teilnutzen wird unabhängig von den übrigen Teilnutzen erfaßt; weiters werden Zusammenhänge, die es zwischen den einzelnen Kriterien gibt, nicht erfaßt. Auch bei der Addition der gewichteten Teilnutzen zu einem Gesamtnutzen fließen keinerlei Zusammenhänge zwischen den einzelnen Bewertungen ein. Bei einem additiv ermittelten Gesamtnutzen wäre es beispielsweise denkbar, daß eine EDV-Anlage mit erstklassiger Ausstattung den höchsten Gesamtnutzen aufweist, obwohl sie gar keinen Netzanschluß besitzt. Oder es könnten für eine Anlage eine Reihe von Erweiterungsmöglichkeiten positiv in die Ermittlung des Gesamtnutzens eingehen, die jedoch nicht alle zugleich realisiert werden können (etwa wegen Platzbeschränkungen in der Hardware).

Die *Vollständigkeitsannahme* steht hinter der Vorgangsweise, die *Summe der gewichteten Teilnutzen bereits als Gesamtnutzen* zu betrachten. Schon das extreme Beispiel des vergessenen Netzschalters zeigt, daß eine *vollständige Erfasssung sämtlicher relevanter Punkte praktisch kaum realisierbar* und auch wenig zielführend ist, weil eine additive Verknüpfung sehr vieler kleiner Teilnutzen erst recht dazu führen kann, daß eine inakzeptable Alternative den höchsten Gesamtnutzen aufweist. Eine Nutzwertanalyse kann niemals gewährleisten, daß völlig untaugliche Alternativen auch sicher ausgeschieden werden. Daher werden in der Praxis nur mehr diejenigen Alternativen in die Analyse mit einbezogen, die tatsächlich als auszuwählende Alternative in Frage kommen.

Darüber hinaus basiert jede Nutzwertanalyse bereits von ihrem Ansatz her auf folgenden 2 Grundannahmen:

a) **Konstanz der Alternativen**: Es muß bereits vor der Analyse feststehen, zwischen welchen Alternativen zu entscheiden ist. Kompromisse o.ä. oder eine Erweiterung der Wahlmöglichkeiten sind nicht vorgesehen.
b) **Konstanz der Kriterien**: Es müssen sämtliche Kriterien für alle Alternativen in gleicher Gewichtung angewendet werden (können). Dies ist in der Praxis oft sehr schwierig oder nur willkürlich möglich, da es oft von der Gesamtkonstellation einer Alternative abhängt, wie stark ein bestimmtes Kriterium zu werten ist oder welche Kriterien überhaupt wichtig sind.

Worin liegt nun der *Vorteil einer Nutzwertanalyse*? Ich sehe den entscheidenden Vorteil weniger darin, daß durch ein derartiges Verfahren Entscheidungen automatisiert werden können, sondern im Gegenteil eher darin, daß die kompetente Anwendung eines derartigen Verfahrens zu *Reflexion und Diskussion* zwingt. Bei der Erstellung der Kriterien und deren Gewichtung muß reflektiert (und gegebenenfalls auch diskutiert) werden, was man eigentlich will. Diskussionen bei der Ermittlung der einzelnen Teilnutzen tragen zu einer kritischen Auseinandersetzung mit den Charakteristika der einzelnen Alternativen wesentlich bei.

Ein weiterer Vorteil besteht in der *Transparenz des Verfahrens*. Der Einfluß jeder einzelnen Gewichtung und Bewertung auf den Gesamtnutzen ist leicht erfaßbar. Dies hilft auch, die in dem Verfahren implizierte Willkür (zumindest in Teilbereichen) transparent zu machen.

## 3. SKALENNIVEAUS

Dieses Kapitel soll eine Übersicht über die wichtigsten beim Messen und in der Statistik vorkommenden **Skalenniveaus** bieten. Dabei umfaßt ein Skalenniveau im wesentlichen die Menge aller Skalierungen, die durch eine bestimmte Klasse zulässiger Skalentransformationen ineinander übergeführt werden können. Damit ist die *Angabe der zulässigen Skalentransformationen das entscheidende Charakteristikum bei der Definition bzw. Festlegung eines Skalenniveaus*. In der Praxis ist bei der Ermittlung des Skalenniveaus zu überlegen, welche Skalentransformationen zulässig sind.
Das Skalenniveau ist dabei keine Eigenschaft des zu messenden Merkmals, sondern eine des Meßverfahrens. Beispielsweise kann der Luftdruck sowohl quantitativ als auch qualitativ (etwa in der Art "hoch", "normal", "tief") gemessen werden.

Was ist nun eine zulässige Skalentransformation? Ganz grob könnte man sagen: eine Skalentransformation ist ein zulässiger Wechsel in der Maßeinheit. Beispiele für verschiedene Messungen und ihnen zugrundeliegende Skalenniveaus bzw. Skalentransformationen sind:

- Bei der Temperaturmessung ist eine Transformation (Änderung) des Nullpunktes und der Einheitsschrittweite zulässig. Dies entspricht einer Skalentransformation des Typs

  $f(x) = rx + d$ mit
  $x$ : Wert auf der urpr. Skala
  $f(x)$: Wert auf der transformierten Skala
  $r > 0$ : Transformationsfaktor der Einheit
  $d$ : Verschiebung des Nullpunktes um d.

  Solche Skalen heissen **Intervallskalen**, weil Abstände (Intervalle) zwischen zwei Messwerten sinnvoll interpretiert werden können. So ist z.B. ein Temperaturanstieg von 2° C auf 3°C genauso groß wie ein Temperaturanstieg von 4°C auf 5°C: eine Differenz von 1°C ist immer gleich groß, egal von welcher Temperatur man ausgeht. Dies ist z.B. bei Schulnoten anders: der Abstand zwischen den Noten 2 und 3 ist weit weniger "groß" als zwischen 4 und 5, wenn die Note 4 die Bedeutung "gerade noch bestanden" und die Note 5 die Bedeutung "durchgefallen" hat.

- Bei der Messung von Drücken, Längen, Flächen, Niederschlagsmengen und vielen anderen naturwissenschaftlichen Größen ist nur eine Transformation der Einheit zulässig. Der Nullpunkt kann hingegen nicht frei gewählt werden. Alle zulässigen Skalentransformationen sind vom Typ $f(x) = rx$ mit $x$, $f(x)$ und $r$ wie oben.

  So ist z.B. eine Länge von 0,0254 m = 2,54 cm = 1 Zoll (inch). Dabei geschieht die Transformation von m zu cm durch Multiplikation mit 100; von inch zu cm durch Multiplikation mit 2,54 usw. Die mittlere Luftdruck in Meereshöhe entspricht 1 atm = 760 torr = 101375 pascal. Dabei ist 1 torr der Druck von 1mm Quecksilbersäule, während 1 pascal der Druck von 1 Newton/$m^2$ ist.

  Solche Skalen heissen **Verhältnisskalen**, weil Quotienten zwischen zwei Messwerten unabhängig von der gewählten Einheit sind. Wenn z.B. eine Strecke doppelt so lang ist wie die andere, dann ist das Verhältnis der beiden Längen stets 2:1. Ein wichtiges Beispiel von Intervallskalen sind auch Geldbeträge, wobei eine Skalentransformation konkret der Übergang von einer Währung zu einer anderen (zu einem bestimmten Kurs) ist. Wenn sich der Wechselkurs zwischen zwei Währungen ändert, dann ändert dies auch die Transformationsfunktion, mit der zwischen den Währungen umgerechnet wird.

- Bei der Angabe der Anzahl der Kinder einer Mutter oder der Zahl der Tage mit Gewitter mit innerhalb eines Jahres für einen bestimmten Ort ist keine Datentransformation zulässig. Jede gemessene Anzahl ist eine feste, nicht transformierbare Zahl. Dieser Typ von Skalenniveau heisst **Absolutskala**.

- Bei der Angabe von Wettererscheinungen (Nebel, Hagel etc.) ist eine beliebige "Skalentransformation" zulässig. Jede Wettererscheinung kann durch irgendeine beliebige Zahl oder ein beliebiges Symbol codiert werden, solange verschiedene

Erscheinungen verschieden verschlüsselt werden. Dieser Skalentyp heisst **Nominalskala**, weil jede

**S** Bei der Angabe von Windgeschwindigkeiten oderErdbebenstärken gibt es jeweils mehrere gebräuchliche Skalen. Ihre Gemeinsamkeit besteht darin, daß beim Übergang von einer Skala zu einer anderen die **(AN-)Ordnung** der Daten erhalten bleibt: wenn für zwei beliebige Werte auf einer Skala $a < b$ gilt, so muß auch für jede transformierte Skala $f(a) < f(b)$ gelten. Solche Skalen heissen Rangskalen oder **Ordinalskalen**.

Die folgende Tabelle bietet einen Überblick über die wichtigsten Skalenniveaus und die ihnen entsprechenden zulässigen Skalentransformationen:

| Bezeichnung des Skalenniveaus | | Zulässige Skalentransformat. | Beispiele | mögliche sinnvolle Aussagen |
|---|---|---|---|---|
| quantitative (metrische, kardinale) Skalen | Absolutskala | keine | Anzahlen | a = 10 (jede denkbare Aussage ist sinnvoll) |
| | Verhältnisskala (Rationalskala) | $f(x) = r \cdot x \;\; r > 0$ (jede homogen-lineare Transf.) | Länge, Masse, Druck, Zeitdauer | a = 2b (beliebige Quotienten von zwei Messwerten sind sinnvoll) |
| | Intervallskala | $f(x) = r \cdot x + d;\ r > 0$ (affin-lineare Transformationen) | Temperatur, kalendarische Zeitmessung | a-b = 2(c-d) (Differenzen, arithm. Mittelwerte, Streuungen sinnvoll) |
| qualitative Skalen | Ordinalskala (Rangskala) | $a > b \rightarrow f(a) > f(b)$ (jede monotone Transformation) | Härte, Helligkeit, Erdbebenstärken, Beliebtheitsskalen | a>b, Vergleich von Medianen und Quartilsabständen |
| | Nominalskala | $a = b \leftrightarrow f(a) = f(b)$ jede bijektive Transformation | Schultyp, Geschlecht, Sprachkenntnisse, Automarke | a = b, Modus als einziges Zentralmaß sinnvoll |

Die hier aufgeführten Skalenniveaus sind *hierarchisch geordnet*: jedes Skalenniveau besitzt auch alle Eigenschaften der darunterliegenden "niedrigeren" Niveaus. So ist jede Intervallskala auch eine Ordinal- und eine Nominalskala, weil jede affin lineare Transformation auch monoton und bijektiv ist. Die Mengen der zulässigen Skalentransformationen sind also jeweils echte Teilmengen der zulässigen Skalentransformationen der darunterliegenden Niveaus.

Neben den hier angeführten Skalenniveaus gibt es noch weitere, die durch andere Klassen zulässiger Transformationen charakterisiert sind. Diese lassen sich jedoch nur mehr zum Teil in die oben skizzierte Hierarchie einordnen.

## 4. SINNVOLLE UND SINNLOSE AUSSAGEN IN DER STATISTIK

In der Meßtheorie unterscheidet man zwischen "sinnvollen" und "sinnlosen" Aussagen über Messungen in folgender Weise: eine Aussage ist **sinnvoll**, wenn sie unter allen zulässigen Skalentransformationen ihren Wahrheitsgehalt nicht ändert. Eine falsche Aussage, die unter allen zulässigen Transformationen falsch bleibt, ist genauso sinnvoll wie eine wahre Aussage, die ebenfalls für alle zulässig transformierten Skalen wahr bleibt. Durch dieses Konzept werden Aussagen, die nur aufgrund einer speziellen Skalenwahl wahr sind und bei einer zulässigen Skalentransformation zu falschen Aussagen werden, als **nicht sinnvoll** ausgeschieden. Voraussetzung dafür ist allerdings, daß man die Menge der zulässigen Skalentransformationen - und damit das Skalienniveau - kennt. Dies ist aber in der Praxis oft nicht einfach. Welche Skalentransformationen sind z.B. für die schulische Notenskala "zulässig"? Man kann hier sehr unterschiedlicher Auffassung sein. Wer in Noten lediglich Bezeichnungen für eine geordnete Abfolge von Leistungsstufen sieht, wird jede monotone (ordnungserhaltende = ordinale) Skalentransformation als zulässig betrachte, weil es ihm ja prinzipiell egal ist, welche Zahlenwerte die einzelnen Notenstufen erhalten, solange nicht die Reihenfolge durcheinander gebracht wird. Jemand anders könnte sich wiederum darauf berufen, das die Notenstufen 1 - 5 gesetzlich festgelegt sind und daher prinzipiell keine Skalentransformation zulässig ist, was dann heißen würde, daß Schulnoten absolut skaliert sind! Auch dazwischenliegende Auffassungen wären denkbar. Es hat sehr gravierende Konsequenzen, ob man nun Schulnoten als ordinal oder als absolutskaliert (oder auch nur als intervallskaliert) ansieht. Beispielsweise ist die Bildung von arithmetischen Mittelwerten auf Ordinalskalenniveau sinnlos, auf Absolutskalenniveau keineswegs. Das meßtheoretische Konzept sinnhafter und sinnloser Aussagen basiert somit ganz wesentlich darauf, daß darüber Einigkeit herrscht, welche Skalentransformationen zulässig sind. Bei vielen Messungen ist es aber schwierig, überhaupt ein Skalenniveau anzugeben. Welches Skalenniveau besitzt etwa die Dioptrienzahl, mit der Fehlsichtigkeit gemessen wird oder ein Aktienindex oder der Intelligenzquotient?

Neben der meßtheoretischen Konzeption gibt es noch eine andere Möglichkeit, sinnvolle und sinnlose Aussagen zu charakterisieren. Man kann eine *Aussage über Messungen auch dann als sinnvoll ansehen, wenn sie auf **plausiblen Operationen*** basiert. Eine Aussage der Art "a ist kleiner als b" ist etwa dann sinnvoll, wenn es plausibel ist, a und b der Größe nach zu vergleichen. Eine Aussage über Mittelwerte kann nur dann sinnvoll sein, wenn auch die Bildung der betreffenden Mittelwerte sachlich plausibel ist. Eine solche plausible Deutung des Mittelwertes könnte etwa darin bestehen, daß man sich die einzelnen Werte additiv zusammengefaßt und anschließend gleichmäßig aufgeteilt denken kann. So könnte etwa die Mittelung mehrerer Einkommen (z.B. aller Mitarbeiter einer Abteilung) plausibel gemacht werden; die Mittelung von Temperaturen hingegen schon weniger. Bei der Temperaturmittelung könnte wiederum der Wunsch nach einer Minimierung der Abweichungsquadrate vom gewünschten Zentralwert ein plausibles Argument für das Bilden des arithmetischen

Mittels sein. Diese Beispiele zeigen, daß eine formale Operation (wie das Vergleichen, das Mitteln) dann plausibel ist, wenn Strukturen, die der Operation eigen sind (wie etwa die Ausgleichseigenschaft oder die Minimalitätseigenschaft des Mittels) auch im Sachkontext (zumindest teilweise) vorhanden sind. Plausibel ist eine formale Operation dann, wenn ihre Struktureigenschaften mit Struktureigenschaften des Sachproblems zusammenhängt. Bei der Mittelbildung von Schulnoten ist es sehr schwierig, die formale Operation auf diese Weise plausibel zu machen.

Diese auf Plausibilität fußende Auffassung davon, was sinnvolle Aussagen sind, schließt die erstere mit ein. Falls eine Aussage ihren Wahrheitsgehalt unter zulässigen Skalentransformationen ändert, so ist dies auch ein gravierendes plausibles Gegenargument gegen ihre Sinnhaftigkeit. Umgekehrt aber ist die Invarianz des Wahrheitsgehaltes unter allen zulässigen Skalentransformationen nicht das einzige Kriterium für Sinnhaftigkeit im Sinne von Plausibilität.

## 5. LITERATUR

Zur Meßtheorie gibt es derzeit noch kaum deutschsprachige Literatur. Daher habe ich die Literaturliste eher kurz gehalten.

BRAUN, Günther (1982): Der Beitrag der Nutzwertanalyse zur Handhabung eines multidimensionalen Zielsystems. In: WiSt Wirtschaftswissenschaftliches Studium, Jg. 11, Heft 2, S. 49 - 54

GROB, Heinz Lothar (1985): Fallstudie zur Nutzwertanalyse. In: WiSt Wirtschaftswissenschaftliches Studium, Jg. 14, Heft 3, S.150-153

PIETSCHMANN, Herbert (1980): Das Ende des naturwissenschaftlichen Zeitalters. Ullstein TB, Stuttgart

PIRSIG, Robert (1976): Zen und die Kunst, ein Motorrad zu warten. Fischer TB, Frankfurt/Main.

ROBERTS, Fred (1979): Measurement Theory. Addison Wesley, New York.

ZANGEMEISTER, C. (1976): Nutzwertanalyse in der Systemtechnik, München 1976.

## ANMERKUNGEN

1. "Qualität" ist hier in einem umfassenden Sinn gemeint, wie er etwa von PIRSIG (1980) verwendet wird.

2. im Sinne der naiven Definition CANTOR's: "Eine Menge ist eine Zusammenfassung bestimmter, wohlunterschiedener Objekte unserer Anschauung oder unseres Denkens zu einem Ganzen. Diese Objekte heißen auch Elemente der Menge." Die äußere Differenzierung wird hier mit diem Beifügung "bestimmter", die innere Differenzierung durch das Adjektiv "wohlunterschiedener" angesprochen.

3. 14 h Ortszeit z.B. bedeutet genau 2 Stunden nach dem (mittleren) Sonnenhöchststand des betreffenden geographischen Längenkreises.

4. Weitere Beispiele für normierte Maße sind etwa die Maßzahlen zur Himmelsbedeckung oder Wahrscheinlichkeiten zur Messung von Unsicherheit.

5. International üblich ist die Einheit $kg/m^3$.

6.Wir gehen hier der Einfachheit halber von einer “diskreten” Sonnenscheinfunktion aus. Man könnte auch eine kontinuierliche Funktion verwenden, indem man etwa die Sonneneinstrahlung pro m2 und Sekunde in Watt misst.

7. Es gibt aber auch Geräte, mit denen die laufende Niederschlagstätigkeit aufgezeichnet wird, indem z.B. das Ansteigen des Niederschlags im Gefäß registriert wird. Solche Niederschlagsmesser sind jedoch recht kompliziert, da Schnee und Hagel erst verfüssigt werden müssen und gleichzeitig keine hohen Verdunstungsverluste entstehen dürfen. - Da der Niederschlag zu den wichtigsten Wetterfaktoren zählt, (Landwirtschaft, Regulierung von Stauseen, Überschmwemmungskatastrophen) gibt es neben den Beobachtungen in Klimastationen noch eine dichtes Netz automatischer Niederschlagsmeßgeräte.