Wieser: UE Mathematik für Betriebswirte
WS 2005 / 06
Übungs – Beispiele

Woche 1 (12.10): Beispiele 1-3

1.) Gegeben sei die Kostenfunktion K(m) = 1000 + 2m. (K: Gesamtkosten, m: Produktionsmenge)

a) Beschreiben Sie, was die beiden Zahlen 1000 bzw. 2 bedeuten!
b) Stellen sie K(m) = a + b*m in Excel tabellarisch und als Funktionsgraph dar!
c) Erweitern Sie das Excel-Modell um einen Erlös je Stück, sodass insgesamt eine Break-Even-Analyse durchgeführt werden kann. (Break-Even-Point: diejenige Produktionsmenge, bei der der erzielte Erlös gleich den Gesamtkosten ist; d.h. der Gewinn := Erlös – Kosten = 0).

2.) a) Erstellen Sie ein Excel-Modell, mit dem eine einfache Kapitalverzinsung ohne unterjährige Verzinsung modelliert wird: ein zu Jahresbeginn eingelegtes Anfangskapital wird zu jedem Jahreswechsel mit einem fixen Zinssatz verzinst. Die Zinsen werden zum Jahreswechsel berechnet und mit Beginn des neuen Jahres dem Kapital dazu geschlagen. Das Modell soll so gehalten werden, dass das Anfangskapital und der Zinssatz variiert werden können.

b) Erweitern Sie dieses Modell derart, dass zu jedem Jahreswechsel (am Ende des Jahres) zusätzlich eine Zahlung (Einzahlung oder Auszahlung – Vorzeichen \`-´) in frei wählbarer Höhe erfolgen kann.

c) Ermitteln Sie mit diesem Modell, wie lange es braucht, bis sich ein Kapital verdoppelt bei 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7% Zinssatz.

Erweitern Sie das Modell derart, dass man damit auch variable Zinssätze (jedes Jahr ein anderer Zinssatz) berechnen kann!

Eignet sich dieses Modell auch, um damit die Tilgung eines Kredits (mit jährlichen Rückzahlungen zu Jahresende) zu modellieren?

3.) Gegeben seinen folgende Funktionen:

$f(x) = 1{,}25x + 150;$
$g(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}1x^2 + 17x + 53;$
$h(x) = 1000 * 1{,}03^x$
$i(x) = 5{,}2x^2$

a) Berechnen Sie f+g, f é h und h é f als Funktionsterme!
b) Welche der Funktionen ist vom mathematischen Typ her eine Exponentialfunktion, eine Potenzfunktion, eine Polynomfunktion, eine lineare Funktion?
c) Welche dieser drei Funktionen könnte eine Kostenfunktion mit einer fixen und proportionalen Komponente sein, welche Funktion, die eine Kapitalverzinsung beschreibt? Geben Sie für beide Fälle genau an, was die in der jeweiligen Funktion vorkommenden Größen (z.B. x, f(x), die Zahl 1,25, die Zahl 150 für die erste Funktion) genau bedeuten würden!
d) Stellen Sie alle Funktionen f(x), g(x), h(x), i(x) mit Hilfe von Excel tabellarisch und als Funktionsgraph dar! Modellieren Sie das Excel-Modell so, dass folgende Dinge variiert werden können:
   - Der Startwert und die Schrittweite der Tabelle
   - Die einzelnen Parameter der Funktion, z.B. bei der Funktion f(x) soll ganz allgemein eine Funktion des Typs f(x) = ax + b mit frei wählbaren Werten für

a und b eingegeben werden können, genauso (x) = ax³ + bx² + cx + d mit beliebigen Parametern a, b, c, d.

Woche 2 (19.10.): Beispiele 4-6

4.) Ein Lager verursache fixe Kosten von 10 GE p.m. (Geldeinheiten pro Monat). Weiters kostet jedes eingelagerte Stück 0,5 GE p.m. Hinweis: Bei den folgenden Fragen ist es Ihre Aufgabe, die einzelnen *Variablen* und *Funktionen* irgendwie passend zu benennen! Führen Sie eine genaue Liste, welcher Größe bzw. Funktion Sie welchen Namen gegeben haben!

a) Beschreiben Sie die Gesamtkosten des Lagers in Abhängigkeit von der eingelagerten Menge als Kostenfunktion in Termdarstellung!
b) Ermitteln Sie die *Fixkosten je Stück p.m.* und die *Lagerkosten je Stück* in Abhängigkeit von der *eingelagerten Menge* in Termdarstellung und erstellen Sie eine Tabelle für die Lagermengen 0, 1, 2, 3, …, 10 Stück. Zeichnen Sie weiters für diese beiden Funktionen einen Funktionsgraphen (in ein gemeinsames Diagramm)!
c) Ermitteln Sie die Summe der beiden Funktionen aus b) (Fixkosten je Stück bzw. Lagerkosten je Stück) für den Wertebereich 0 … 10 Stück
   - in Termdarstellung
   - aus den Tabellen
   - graphisch (Addition der Funktionsgraphen)
d) Wie könnte man die Ergebnisse von c) aus der Gesamtkostenfunktion in a) erhalten?

5.) Die Stückkosten k(m) (Einheitskosten) einer Produktion ergeben sich aus den Gesamtkosten K(m) und der Produktionsmenge m nach folgender Formel: k(m) = K(m)/m.
Die folgenden, tabellierten Gesamtkostenverläufe a) – e) haben (in alphabetischer Reihenfolge) die Namen „degressiv“, „fix“, „progressiv“, „proportional“ und „sprungfix“. Ordnen Sie diese Begriffe den Funktionsverläufen a) – e) (aus der Tabelle) zu!

prod. Menge	GESAMTKOSTEN				
	a)	b)	c)	d)	e)
0	1500	600	0	0	0
10	1500	600	300	800	440
20	1500	600	600	1400	980
21	1500	1200	630	1455	1040
30	1500	1200	900	1860	1650
40	1500	1200	1200	2200	2480
41	1500	1800	1230	2233	2570
50	1500	1800	1500	2450	3500
60	1500	1800	1800	2640	4800

6.) Die fixen (mengenunabhängigen) kosten für die Herstellung eines Produktes betragen monatlich € 80.000.-, die variablen Kosten pro Stück liegen bei € 2,50. Bei voller Ausnützung aller Betriebsmittel können monatlich höchstens 140.000 Stück erzeugt werden.

a) Beschreiben Sie die Gesamtkosten in Abhängigkeit von der Produktionsmenge durch eine Funktionsgleichung!
b) Erstellen Sie eine Tabelle, welche die Gesamtkosten bei einer monatlichen Produktion von 0, 10000, 20000, 30000, …, 140000 Stück entnommen werden können.
c) Lesen Sie aus der Tabelle die monatlichen Gesamtkosten bei 100% bzw. 80% Auslastung der Kapazität ab! *(Wie kann man aus einer Excel-Tabelle die Gesamtkosten bei exakt 80% Auslastung ablesen?)*

d) Wie wirkt sich eine Senkung der fixen Kosten auf € 70.000.- bei gleichzeitiger Erhöhung der variablen Kosten auf € 2,80 auf die Gesamtkosten aus? Geben Sie auch für diesen Fall eine Funktionsgleichung und eine Tabelle an!
e) Erhöhen Sie nun die fixen Kosten auf € 100.000.- und senken Sie die variablen Kosten pro Stück auf € 2,10. Was kann nun über die Gesamtkosten gesagt werden?

Woche 3 (09.Nov): Beispiele 7-9

7.) Gegeben ist die Funktion: $f(x) = (x-2)^2$. Achten Sie bei der Erstellung des Arbeitsblattes darauf, dass auch Funktionen 3. Grades bzw. andere Funktionen 2. Grades gerechnet und dargestellt werden können.
a) Ermitteln Sie mittels Excel-Solver die Nullstellen dieser Funktion.
b) Stellen Sie die Funktion $f(x) = (x-2)^2$ im Bereich $x = -2, -1, ..., 6$ in Excel grafisch mittels XY-Diagramm dar.
c) Ermitteln Sie grafisch die Nullstellen dieser Funktion. (Stimmen sie mit den rechnerisch ermittelten Werten überein?)
d) Ermitteln Sie den Extremwert der Funktion

8.) Für die Herstellung eines Produktes entstehen einem Betrieb Fixkosten in der Höhe von 20 GE und variable Kosten von 1 GE pro Stück. Der erlös pro Stück beträgt 3 GE.
a) Stellen Sie die Gesamtkosten K(m) sowie den Erlös E(m) als Funktionsgleichung in Abhängigkeit von der Menge m dar!
b) Stellen Sie die Funktionen K und E in Excel tabellarisch und graphisch dar!
c) Ab welcher verkauften Menge ist der Erlös größer als die Gesamtkosten? Was bedeutet dies von der Sache her?
d) Ermitteln Sie eine Gleichung der Grenzkostenfunktion K´ und eine Gleichung der Grenzerlösfunktion E´!
e) Welche Besonderheit weisen sowohl die Grenzkostenfunktion K´ als auch die Grenzerlösfunktion E´ in diesem Beispiel auf? Wie lässt sich dies erklären?

9.) Die nachgefragte Menge x_n eines Gutes hänge mit dem Preis p in folgender Weise zusammen: $p(x_n) = 10 - 1{,}2x_n$.
a) Welche sachliche Bedeutung hat die unabhängige, welche die abhängige Variable? Wie nennt man eine durch obige Gleichung beschriebene Funktion in der Wirtschaftstheorie?
b) Formen Sie die Gleichung so um, dass x_n in Abhängigkeit von p ersehen werden kann. Welche Variable ist nun die abhängige, welche die unabhängige? Wie heißt eine derartige Funktion in der Wirtschaftstheorie?
c) Wie groß ist x_n bei p = 0 bzw. p bei $x_n = 0$?
d) In welchen Bereichen müssen x_n und p liegen, damit die Funktion $p(x_n) = 10 - 1{,}2x_n$ sachlogisch sinnvolle Werte liefert? Tabellieren Sie die Funktion und zeichnen Sie den Graphen der Nachfragefunktion!
e) Für dasselbe Gut besteht folgender Zusammenhang zwischen angebotener Menge x_a und Preis $p(x_a)$: $p(x_a) = 0{,}8x_a$. Tabellieren und zeichnen Sie diese Angebotsfunktion und ermitteln Sie diejenige Preis-Mengenkombination, bei der Angebot und Nachfrage in Gleichgewicht sind!

Woche 4 (16.11.) : Beispiele 10-12

10.) Die gesamten Kosten K zur Herstellung eines Produktes können näherungsweise durch die Funktion $K(m) = m^3 - 12m^2 + 50m + 80$ für $0 \leq m \leq 10$ beschrieben werden.

a) Bestimmen Sie die Gleichung der variablen Kosten (K_v); Stückkosten (k); variablen Stückkosten (k_v) und Grenzkosten (K´), jeweils als Funktion der Produktionsmenge in Termdarstellung!

b) Erstellen Sie ein Excel-Arbeitsblatt mit folgenden Funktionen: Gesamtkosten, variable Kosten, Stückkosten, variable Stückkosten, Grenzkosten. Die Tabelle soll so gehalten werden, dass im Kopf allgemein eine Funktion des Typs $K(m) = am^3 + bm^2 + cm + d$ durch Angabe der Parameter a, b, c, d spezifiziert werden kann. Überlegen Sie sich, wie man aus den Parametern a, b, c, d der Gesamtkostenfunktion die entsprechenden Parameter der übrigen Funktionen ermittelt werden können (z.B. hat für die Gesamtkostenfunktion $K(m) = am^3 + bm^2 + cm + d$ die Grenzkostenfunktion die Gestalt $K´(m) = 3am^2 + 2bm + c$)

c) Zeichnen Sie mit Excel die Graphen der Funktionen K, K´, k, k_v für $0 < m < 8$!

d) Bestimmen Sie die langfristige und kurzfristige Preisuntergrenze! (Betriebsoptimum und Betriebsminimum) aus der Excel-Tabelle. Wie kann man Betriebsoptimum und – minimum ablesen?

e) Zeigen Sie anhand des Beispiels, dass die Grenzkosten die Stückkosten- bzw. die variablen Stückkostenkurve im Betriebsoptimum bzw. – minimum schneidet! Interpretieren Sie aus ökonomischer Sicht!

f) Sind die variablen Stückkosten im Betriebsminimum kleiner oder größer als die Stückkosten im Betriebsoptimum? Was hat das mit der langfristigen bzw. kurzfristigen Preisuntergrenze zu tun?

g) Versuchen Sie aus ökonomischer Sicht zu begründen, warum die Produktionsmenge im Betriebsminimum stets kleiner ist als die Produktionsmenge im Betriebsoptimum!

11.) Gegeben sei die Kostenfunktion K(x) eines Monopolisten mit $K(x) = 0{,}01x^3 - 1{,}5x^2 + 120x + 4000$ (K: Gesamtkosten, x: Output). Der Monopolist operiere am Markt mit folgender Nachfragefunktion $p(x) = 1{,}044 – 0{,}3x$ (p: Preis, x: nachgefragte Menge). (Er sei in der Lage, Produktion und Absatz zu synchronisieren)

a) Bei welchem Preis bewirkt die Erhöhung des Preises um eine GE/ME einen Nachfragerückgang um 0,3 ME?

b) Ermitteln Sie die Höhe der zu produzierenden Outputs, bei dem die variablen Kosten pro produzierter Outputeinheit minimal werden.

c) Welche Menge muss der Monopolist produzieren und absetzen, um seinen i) Gesamtgewinn, ii) Stückgewinn, iii) Gesamtumsatz, iv) Umsatz pro Stück zu maximieren? Man ermittle die zugehörigen Preise!

d) Für welchen Preis sind die Grenzkosten des Monopolisten minimal?

12.) Ein Monopolist produziere mit folgender Kostenfunktion: $K(x) = x^3 - 12x^2 + 60x + 98$ und sehe sich der Nachfragefunktion $p(x) = -10x + 120$ gegenüber.

a) Auf jede produzierte und abgesetzte Mengeneinheit werde eine Mengensteuer in Höhe von t = 24 GE/ME erhoben, so dass sich die Gesamtkosten des Produzenten um die abzuführende Gesamtsteuer $T = t*x$ erhöhen. Man ermittle die gewinnmaximale Menge sowie die dann abzuführende Steuer und den Gesamtgewinn.

b) Welche Mengensteuerhöhe t (GE/ME) müsste der Staat festlegen, damit er im Gewinnmaximum des Produzenten maximale Steuereinahmen erzielt? Wie lauten jetzt der gewinnmaximale Preis, die abzuführende Gesamtsteuer sowie der Gewinn des Produzenten?

c) Statt der Mengensteuer werde nun vom Staat eine Gewinnsteuer in Höhe von 40% des Gewinns erhoben. Wie lautet die gewinnmaximale Menge und welchen Einfluss hat die Höhe des Gewinnsteuersatzes auf den gewinnmaximalen Output?

Woche 5 (23.11.) : Beispiele 13-16

13.) Für die Herstellung eines Produktes entstehen einem Betrieb Fixkosten in der Höhe von 26 GE. Die variablen Kosten lassen sich annähernd durch die Gleichung $K_v(m) = 1{,}5m^3 - 9m^2 + 24m$ beschreiben. Der Verkaufspreis (Erlös) je ME betrage 25 GE.

a) Tabellieren Sie mit Excel: Gesamtkosten, Stückkosten, variable Stückkosten, Grenzkosten, Gesamterlös und Gewinn in Abhängigkeit von der Menge m! Verwenden Sie als Schrittweite 0,5 ME und als tabellierten Bereich 0 … 10 ME.
b) Ermitteln Sie die langfristige und die kurzfristige Preisuntergrenze!
c) Bestimmen Sie die Gewinnschwelle und den optimalen Erfolg!
d) Bestimmen Sie aus der Tabelle den maximalen Gewinn!
e) Senken Sie den Erlös je Stück von 25 GE so weit, bis obere und untere Gewinnschwelle zusammenfallen! Welchen Punkt haben Sie damit erreicht? Wie groß ist der Erlös, den Sie in diesem Grenzfall lukrieren können?
f) Automatisieren Sie das Suchen des Grenzfalles von e) mit der Excel–Zielwertsuche!

14.) Gegeben seien die folgenden ökonomischen Funktionen:

Preis-Absatz-Funktion:	$x = x(p) = 120 - 0{,}4p$	x: nachgefragte Menge (ME) p: Preis (GE/ME)
Erlösfunktion:	$E = E(x) = 300x - 2{,}5x^2$	x: Menge (ME) E: Erlös (GE)
Kostenfunktion:	$K = K(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}5x^2 + 10x + 200$	x: Output (ME) K: Gesamtkosten (GE)
Produktionsfunktion:	$x = x(r) = 2r - 6$	r: Input (ME_r) x: Output (ME_x)
Konsumfunktion:	$C = C(Y) = 500 + 0{,}4Y$	Y: Einkommen (GE) C: Konsumausgaben (GE)

a) Für welche Outputmenge betragen
   (i) die Gesamtkosten 509 GE
   (ii) die gesamten Stückkosten 13 GE/ME
   (iii) die variablen Kosten 416 GE
   (iv) die durchschnittlichen fixen Kosten 8 GE/ME?
b) Für welche Preise ist die nachgefragte Menge kleiner als 91,2 ME?
c) Bei welchem Einkommen wird für Konsumzwecke genauso viel ausgegeben wie gespart wird? (Hinweis: Konsumausgaben + Sparsumme = Einkommen)
d) Welche Inputwerte führen zu einem Output von 20 ME_x?
e) Welche Absatzmengen führen zu einem Gesamterlös von 8000 GE?
f) Bei welchen Absatzmengen wird der Erlös Null? (ökonomische Erklärung)
g) Bei welcher produzierten und abgesetzten Menge ist der Gewinn (i) Null, (ii) positiv?
h) Sowohl in der Konsum-, als auch in der Produktionsfunktion kommt die Variable x vor. Welcher Unterschied besteht in der Verwendung der Variable x?

15.) Bei der Herstellung eines Produkts gelten folgende Kosten- und Absatzparameter (GE: Geldeinheit; ZE: Zeiteinheit):

- Fixkosten je Produktionslos: 9 GE

- variable Kosten je Stück: 10 GE
- Lagerkosten pro Stück und ZE: 4 GE
- Absatz pro ZE: 8 GE

Die Herstellung soll in Produktionslosen von x Stück pro Herstellungsvorgang erfolgen. Der Absatz erfolgt gleichmäßig, sodass jedes Stück im Schnitt $\frac{1}{2}\frac{x}{8}=\frac{x}{16}$ ZE auf Lager liegt (Warum?).

a) Berechnen Sie mit Hilfe der Wilson'schen Formel, bei welcher Produktionsmenge x die Gesamtkosten je Stück minimal sind!
b) Stellen Sie die Lagerkosten L(x), die Gesamtkosten K(x), Lagerkosten je Stück l(x), die Fixkosten je Stück $k_f(x)$ und die Gesamtkosten je Stück (=Stückkosten) k(x) jeweils als Funktion der Produktionsmenge x in einer Gleichung dar!
c) Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen l, k_f, k! Was fällt auf?
d) Zeigen Sie, dass sich die Steigung der Funktionen l und k_f an der Stelle mit den minimalen Stückkosten nur durch das Vorzeichen unterscheiden!

16.) Bei der Herstellung eines Produktes fallen fixe Kosten von 1200 GE sowie 20 GE pro produziertem Stück an. Der Verkaufserlös beträgt 50 GE pro Stück.
a) Stellen Sie für die Verkaufsmenge, Fixkosten, variable Kosten, Gesamterlös, Deckungsbeitrag und Gewinn eine Tabelle für Verkaufsmengen von 0, 10, 20, …, 100 Stück auf!
b) Ermitteln Sie sowohl aus der Tabelle wie auch durch Einsetzen in die Formel $m_D = K_f / (p-k_v)$ den Break-Even-Point! Wie kommt man auf diese Formel?
c) Gibt der Break-Even-Point genau an: eine bestimmte Produktionsmenge, einen bestimmten Umsatz oder beides?
d) Überlegen Sie Möglichkeiten, wie man den Break-Even-Point ermitteln kann!

Woche 6 (30.11.) : Beispiele 17-20

17.) Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme mit Hilfe des Gauß'schen Eliminationsverfahrens mit dem Arbeitsblatt PIVOT.XLS:

a)	b)	c)
$1x - 1y + 4z = 3$	$3x - 1y = 3$	$2x - 1y + 1z = 1$
$-x + 2y - 5z = 1$	$4x - 1y + 1z = -2$	$4x - 1y + 3z = 2$
$2x + 1y + 6z = 17$	$2x + 1y + 7z = 4$	$2x + 2y - 1z = 3$

18.) Weisen Sie nach, dass die folgenden Gleichungssysteme keine eindeutige Lösung besitzen und geben Sie die Lösungsmenge an (d.h. entweder die leere Menge oder die entsprechende Parameterlösung)

a)	b)	c)
$2x + 3y - 1z = 5$	$2x + 3y - 1z = 5$	$-2x + 8y - 4z = -6$
$1x + 2y + 2z = 2$	$1x + 2y + 2z = 2$	$1x - 4y + 2z = 3$
$6x + 10y + 2z = 14$	$6x + 10y + 2z = 15$	$3x - 12y + 6z = 9$

19.) Gegeben seien die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ bzw. $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie (falls definiert):

a) $20 \bullet A$
b) $A \bullet B$
c) $B \bullet A$
d) $A^t \bullet B^t$
e) $B^t \bullet A + A$

20.) Von einem Motorenwerk werden u.a. Bolzen, Gelenke und Kurbelwellen hergestellt, die als Ersatzteile verkauft werden. In einem Monat sollen 100 Bolzen, 50 Gelenke und 60 Kurbelwellen geliefert werden. Weiters benötigt man zur Herstellung eines Gelenks zwei Bolzen und zur Herstellung eines Kurbelwelle zwei Gelenke und drei (zusätzliche) Bolzen. Wie viele Stück Bolzen, Gelenke und Kurbelwellen müssen monatlich insgesamt produziert werden, um den internen und externen Bedarf zu decken? Stellen Sie die Situation in einer Tabelle und graphisch in einem Knoten-Kanten-Graphen („Gozinto-Graph") dar!

Woche 7 (7.12.) : Beispiele 21-24

21.) In einem Reiseunternehmen gibt es die beiden Abteilungen „Flüge" und „Kundenservice". Die Buchhaltung des Unternehmens rechnet die anfallenden Flüge in 1000 € / 1000 Flugkilometer ab; der Kundenservice wird in Servicestunden abgerechnet. Für eine Verrechnungsperiode gelten folgende Angaben:

(1) Die Abteilung „Flüge" stellte insgesamt 1000 Transporteinheiten (1TE = 1000 km) bereit. Davon waren 50 TE für die Abteilung „Kundenservice" bestimmt. Die primären Kosten der Abteilung „Flüge" beliefen sich auf 1000 GE (1 GE = 1000 €).

(2) Die Abteilung „Kundenservice" stellte 505 Servicestunden zur Verfügung. Davon wurden 100 Servicestunden als Flugbegleitung für die Abteilung „Flüge" geleistet. Die primären Kosten der Abteilung „Kundenservice" betrugen 200 GE.

a) Stellen Sie diesen Sachverhalt durch einen Gozinto-Graphen dar!
b) Es sollen innerbetriebliche Verrechnungspreise für die Transportleistungen und den Service ermittelt werden. Stellen Sie das entsprechende lineare Gleichungssystem auf! Verwenden Sie dafür die Variablen x (Flüge) und y (Service)! Verwenden Sie als Einheit für die Flüge 1 TE und als Geldeinheit 1 GE.
c) Invertieren Sie die Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems!
d) Berechnen Sie mit Hilfe der Inversen die innerbetrieblichen Verrechnungspreise für einen Flugkilometer bzw. eine Servicestunde!
e) Überprüfen Sie das Ergebnis!

22.) Ein Unternehmen hat drei Hilfsbetriebe H_1, H_2, H_3. In diesen werden Leistungen für den Hauptbetrieb erbracht, aber auch für die anderen Hilfsbetriebe [Matrix].

Hilfs-betrieb	liefert an			Gesamt-produktion	Primäre Kosten [GE]
	H_1	H_2	H_3		
H_1	-	100	50	200	340
H_2	80	-	100	500	400
H_3	20	60	-	200	650

In jedem Hilfsbetrieb treten primäre Kosten (z.B. Löhne) und sekundäre Kosten (für die von anderen Hilfsbetrieben bezogenen Leistungen) auf.
Wie sind in den Hilfsbetrieben H_1, H_2, H_3 die Gesamtkosten pro Einheit der erbrachten Leistung anzusetzen, damit in jedem Hilfsbetrieb der Wert der Gesamtproduktion der Summe aus primären und sekundären Kosten in diesem Teilbetrieb entspricht?

23.) Die folgende Tabelle beschreibt den Teilebedarf zur Herstellung eines Tischtennistisches:

Pro Einheit	werden benötigt:
Tischtennistisch (x_1)	2 Tischplatten (x_2), 1 Netzset (x_3), 1 Fußgestell (x_4)
Tischplatte (x_2)	2m Aluleiste (x_5), 8 Schrauben (x_6)
Netzset (x_3)	2 Netzspanner (x_7), 1 Netz (x_8), 2 Klemmen (x_9)
Fußgestell (x_4)	8m Stahlrohr (x_{10}), 12 Schrauben (x_6), 0,5m Aluleiste (x_5)
Netzspanner (x_7)	0,4m Stahlrohr (x_{10}), 0,3m Aluleiste (x_5)

a) Stellen Sie den Teilebedarf in einem Gozinto-Graphen dar!
b) Stellen Sie den Teilebedarf in einem linearen Gleichungssystem dar! Verwenden Sie dabei die in der Tabelle spezifizierten Variablen x_1 bis x_{10} in der dort angegebenen Bedeutung!
c) Ermitteln Sie den Bedarf an allen Teilprodukten, wenn ein externer Bedarf von 20 Tischtennistischen und 5 Netzsets extra zu decken ist!

24.) Drei Produktionsbetriebe benötigen für ihre Produktion sowohl Produkte ihres eigenen Betriebes als auch Produkte der beiden anderen Betriebe. Darüber hinaus ist – bei vorgegebenem, fixem Marktpreis – ein externer Bedarf an Produkten aller drei Betriebe vorhanden. Gesucht sind die benötigten Produktionsumfänge (gemessen in Geldeinheiten).
Beispiel: Eine Mineralölfirma kann extern täglich Ölprodukte im Wert von € 50.000,- ansetzen. Zur Erzeugung von Mineralölprodukten im Wert von € 1,- werden jedoch um € 0,25,- Mineralölprodukte (aus eigener Produktion), um € 0,20,- Strom und um € 0,10,- Kohle benötigt. Die übrigen Zusammenhänge können der Tabelle entnommen werden:

benötigtes Produkt	Mineralölfirma	Stromerzeuger	Kohlenbergbau	externer Bedarf €
	benötigen pro 1,- Eigenproduktion Zulieferungen im Wert von €			
Öl	0,25	0,10	0,20	50 000
Strom	0,20	0,10	0	56 250
Kohle	0,20	0,30	0	43 750

a) Stellen Sie die Situation in einem Gozinto-Graphen dar!
b) Geben Sie die Input-Output-Matrix A, die Matrix E-a sowie die Leontief-Inverse von A an!
c) In welchem Umfang (gemessen in €) müssen die Betriebe insgesamt Mineralölprodukte, Strom bzw. Kohle produzieren, damit der interne und der externe Bedarf gedeckt werden kann? [Matrix]

Woche 8 (14.12) : Beispiele 25-27

25.) Der Betreiber zweier Kiesgruben hat als einzigen Abnehmer seiner Produkte eine große Baustofffabrik. Laut Liefervertrag müssen wöchentlich mindestens geliefert werden: 120 Tonnen Kies, 240 Tonnen mittelfeiner Sand, 80 Tonnen Quarz(sand). Die täglichen Förderleistungen in den beiden Kiesgruben lauten:
Kiesgrube 1: 60 t Kies, 40t Sand, 20 t Quarz
Kiesgrube 2: 20 t Kies, 120 t Sand, 20 t Quarz.
Pro Fördertag entstehen folgende Betriebskosten: Kiesgrube 1: 2000 € / Tag
Kiesgrube 2: 1600 € / Tag
Gesucht ist die Anzahl der wöchentlichen Fördertage in der jeder der beiden Gruben, die zu den minimalen Förderkosten (pro Woche) führt.

26.) Drei volkswirtschaftliche Betriebe A, B, C tauschen lediglich untereinander Produkte aus: Von den in A erzeugten Produkten bleiben 20% in A, je 40% gehen an B und C. Von B verbleiben 50% im eigenen Betrieb, 10% gehen an A, 40% an C. Der Bereich C verbraucht 30% seiner Produkte selbst, 60% gehen an A, 10% gehen an B. Wie sind die erbrachten Leistungen untereinander zu bewerten?

27.) Eine Brauerei stellt zwei Bierqualitäten „Märzen“ und „Export“ her. Als Mengeneinheit diene für beide Qualitäten ein 1 Megaliter (Ml) = 1 Million Liter. Für die Jahresproduktion gelten folgende Restriktionen:
(i) pro Jahr können im Inland maximal 10 Ml Märzen abgesetzt werden
(ii) Beide Sorten müssen in Reifetanks eine gewisse Zeit lagern. Es stehen Lagertanks mit insgesamt 1 Ml Inhalt für 48 Wochen pro Jahr zur Verfügung. Jeder Ml Märzenbier braucht 2 Wochen, jeder Ml Export 4 Wochen Lagerzeit.
(iii) Aus rechtlichen Gründen darf die produzierte Menge Export max. um 5 Ml. Höher sein als die produzierte Menge Märzen (Die Differenz (Export – Märzen) ist kleiner oder gleich 5).
a) Formulieren Sie die Restriktionen (i) – (iii) als Ungleichungssysteme!
b) Stellen Sie den zulässigen Bereich graphisch dar (horizontale Achse: Menge Märzen, Var. x; 1 cm = 2 Ml Märzen-Bier; vertikale Achse: Menge Export, Var. y; 1 cm = 2 Ml Export-Bier)!
c) Jeder Ml Bier (egal, ob Märzen oder Export) bringe 1 Geldeinheit Ertrag. Ermitteln Sie graphisch die Produktionskombination mit dem höchsten Ertrag!
d) Ermitteln Sie rechnerisch die optimale Lösung!

Woche 9 (11.1.) : Beispiele 28-30

28.) Eine Molkerei erzeugt Vollmilch (VM) und Extra-Vollmilch (EV). Für die laufende Produktion gelten folgende Restriktionen:
(i) Pro Tag können maximal 6 Tonnen EV hergestellt werden
(ii) Der Gesamtdurchsatz für beide Produkte beträgt max. 15 Tonnen pro Tag.
(iii) Jede Tonne EV erfordert 2 Arbeitseinheiten, jede Tonne VM 1 Arbeitseinheit. Pro Tag stehen max. 15 Arbeitseinheiten zur Verfügung.
Jede Tonne VM bringt einen Ertrag von 1 GE, jede Tonne EV einen Ertrag von 3 GE.

a) Stellen Sie die Restriktionen (i) – (iii) graphisch dar und ermitteln Sie alle Eckpunkte des zulässigen Bereiches.
b) Formulieren Sie die Restriktionen bzw. die Zielfunktion als Ungleichungssystem!
c) Führen Sie Schlupfvariablen ein, um aus dem Ungleichungssystem ein Gleichungssystem zu machen. Geben Sie für jede Schlupfvariable genau die Sachbedeutung an!
d) Ermitteln Sie rechnerisch den optimalen (d.h. ertragsmaximalen) Produkt-Mix unter den o.a. Restriktionen!

29.) Ein Bauer bebaut genau 50 ha Land und zwar der Marktlage entsprechend mit Weizen, Rüben oder Mais, wobei die Anbaufläche für Rüben 20ha nicht übersteigen soll. Es stehen Arbeitskräfte für insgesamt 1300 Stunden zur Verfügung. Arbeitsstunden und Gewinn pro ha sind für alle drei Produkte in der Tabelle zusammengefasst. Wie erreicht der Bauer den höchsten gewinn?

	Arbeitszeit in Stunden/ha	Gewinn in € / ha
Weizen	20	5000
Rüben	40	8000
Mais	30	6000

30.) Diskutieren Sie, inwieweit die folgenden Aussagen über die Netzplantechnik zutreffen:
a) Die CPM-Technik ist nur eine von verschiedenen Verfahren, Netzpläne zu erstellen und auszuwerten.
b) CPM geht von einer fixen Zeitdauer je Vorgang aus.
c) Mit Hilfe von CPM-Netzplänen kann die maximale Gesamtdauer eines Projekts abgeschätzt werden.
d) Jedes Wirtschaftsprojekt lässt sich so in Teilvorgänge zerlegen, dass eine Darstellung als CPM-Netzplan möglich ist.
e) Zeiteinsparungen von nicht-kritischen Vorgängen können auch eine Zeiteinsparung bei der Gesamtprojektdauer ergeben.
f) Netzpläne sind hauptsächlich bei militärischen Anwendungen wichtig.
g) Ein CPM-Netzplan kann auch ohne genaue Kenntnis der zeitlichen Abhängigkeiten der verschiedenen Vorgänge erstellt werden, wenn man nur weiß, wie lange jeder Vorgang braucht.
h) Eine Verzögerung eines kritischen Vorganges führt zwangsläufig zu einer Verzögerung des Gesamtprojekts.

Woche 10 (18.1.) : Beispiele 31-33

31.) Für die Sanierung einer Wohnung fallen die in der Tabelle aufgelisteten Tätigkeiten an. Zeichnen Sie einen CPM-Netzplan und markieren Sie den kritischen Pfad!

Vorgang	**Bez.**	**Dauer**	**Vorgänger**
Küche ausräumen	A	1	-
Küche sanieren	B	4	A
Küche reinigen	C	1	B
Küche einräumen	D	1	C
Schlafzimmer ausräumen	E	1	-

Schlafzimmer sanieren	F	4	B, E
Schlafzimmer reinigen	G	1	F
Schlafzimmer einräumen	H	1	G
Wohnzimmer ausräumen	I	1	D
Wohnzimmer sanieren	J	4	F, J
Wohnzimmer reinigen	K	1	K
Wohnzimmer einräumen	L	1	L

32.) Erstellen Sie ein Excel-Arbeitsblatt, mit dem eine Kapitalverzinsung von einem Sparbuch bei jährlicher Verzinsung und Zahlungen zu den Zinsterminen modelliert werden kann. Notieren Sie für jede Zeitperiode: Bestand (Beginn) / Zinsen / Zahlung / Bestand (Ende)!

a) In einem ersten Ansatz sollen der Zinssatz sowie die laufenden Zahlungen zu den Zinsterminen über die gesamte Laufzeit konstant sein (d.h. technisch durch Eingaben im Tabellenkopf gelöst werden!). Dabei sollen positive Zahlen Einzahlungen und negative Zahlen Auszahlungen bedeuten. Legen Sie das Modell so an, dass es 100 Zinsperioden umfasst. Experimentieren Sie mit einem Anfangskapital von 1000 GE und untersuchen Sie, wie viele Perioden es braucht, bis sich das Kapital verdoppelt hat bei 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7% Zinssatz p.a. Welche Gesetzmäßigkeiten können Sie zwischen Verdoppelungszeit und Zinssatz erkennen? Gilt diese Gesetzmäßigkeit auch noch für 10% bzw. 20% Wachstum p.a.?

b) Adaptieren Sie das Modell so, dass für jede Zinsperiode ein eigener Zinssatz und auch für jeden Zinstermin individuell eine bestimmte Ein- bzw. Auszahlung eingetragen werden kann! Rechnen Sie damit folgendes Modell durch: Ersteinzahlung 1.1.2002: 10000 GE, dann 1.1.2004: 3000 GE, 1.1.2005: -3000 GE (d.h. Abhebung), 1.1.2006: 5000 GE. Zinssatz 2002 – 2004: 7%, 2005: 6%, 2006: 8%, 2007 – 2008: 6%, 2009 – 2015: 5%. Wie groß ist das Kapital am 31.12.2015?

33.) Rechnen Sie mit Excel nach, dass die Zinssätze von 1% p.m. bzw. 3% p.q. äquivalent zu 12,68% bzw. 12,55% p.a. effektivem Jahreszins sind! Welcher monatlichen bzw. quartalsweisen Verzinsung entsprechen umgekehrt 9% p.a. (effektiv)?

Woche 11 (25.1.) : Beispiele 34-35

34.) Erstellen Sie ein Excel-Arbeitsblatt, mit dem man den Endwert und den Barwert einer nachschüssigen Rente von 12000 € p.a. über n = 30 Jahre bei einem Zinssatz von 5% p.a. ermitteln kann! Wie kann dieses Arbeitsblatt ganz einfach adaptiert werden, um auch vorschüssige Rentenmodelle zu rechnen?

35.) Verwenden Sie das im letzten Beispiel erstellte Arbeitsblatt, um folgende non-Standard-Aufgaben zu lösen:

a) Gegeben ist eine nachschüssige Zahlung von € 20000 p.a., ein Endwert von € 1 Mio. und eine Laufzeit von n = 25 Jahren. Wie hoch ist der Zinssatz?

b) Welchen Betrag muss man über n = 15 Jahre vorschüssig bei 4% p.a. einzahlen, um am Ende € 100000 zu haben?